

Définition d'une fonction :

Définition :

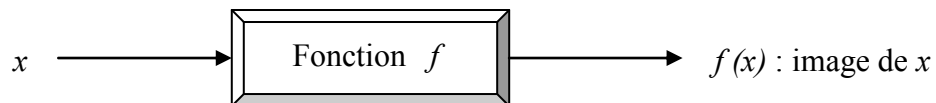
Une **fonction** est un procédé qui à un nombre (donnée), fait correspondre un autre nombre (résultat).



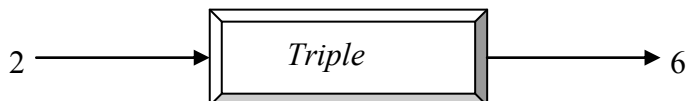
Vocabulaire :

On dit que :

- le nombre n°2 (résultat) est l'**image** du nombre n°1.
- le nombre n°1 (donnée) est l'**antécédent** du nombre n°2.



Exemple : On s'intéresse à la fonction qui triple un nombre.



On dit que :

- * 6 est l'image de 2 par la fonction « triple ». On note $f(2) = 6$
- * 2 est l'antécédent de 6 par la même fonction.
- * L'image d'un nombre x est : $f(x) = 3 \times x = 3x$

Calculer une image :

Calculer l'image de (-5) par la fonction f définie par : $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$.

On veut calculer l'image du nombre (-5).

Pour cela on remplace x par (-5) dans la formule de la fonction :

Puis on fait le calcul :

L'image de (-5) par la fonction f est 31.

$$f(-5) = 2 \times (-5)^2 + 3 \times (-5) - 4$$

$$f(-5) = 2 \times 25 - 15 - 4$$

$$f(-5) = 50 - 15 - 4$$

$$f(-5) = 31$$

Calculer un antécédent :

Chercher l'antécédent de 20 par la fonction g définie par :

$$g : x \mapsto 3x - 7$$

On cherche le nombre x tel que $g(x) = 20$

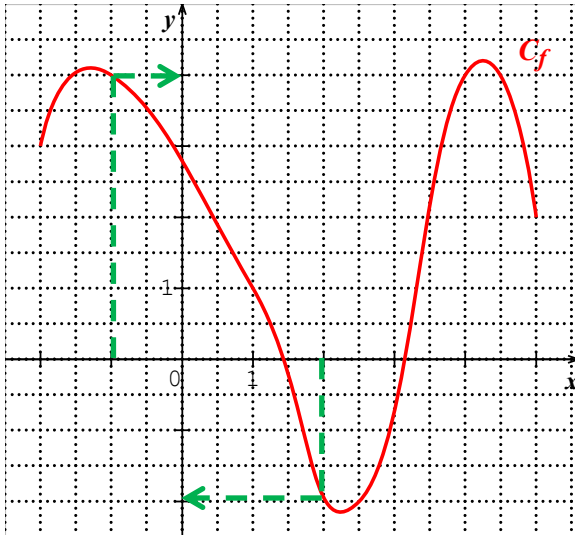
$$\text{Or } g(x) = 3x - 7$$

$$\text{Donc } 3x - 7 = 20$$

$$3x = 27$$

$$x = \frac{27}{3} = 9$$

Lire des images sur une représentation graphique.



On cherche l'image du nombre 2.

- on repère le nombre 2 sur l'axe des abscisses et on dessine un chemin vertical jusqu'à la courbe.
- on poursuit ensuite le chemin horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées et on lit le nombre cherché.

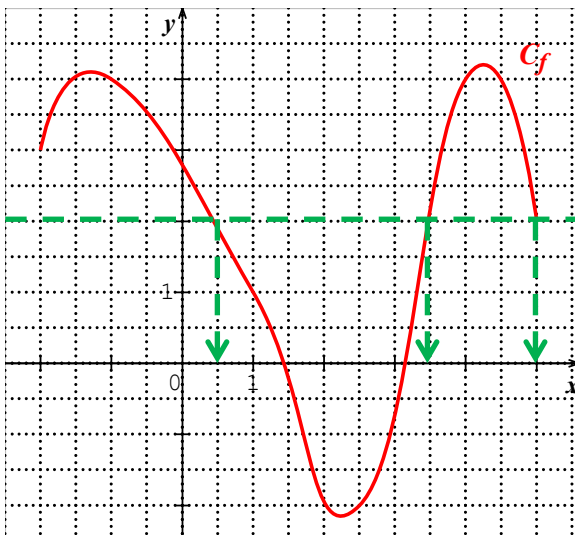
Ainsi l'image de 2 est -2 .

Ce qui se note $f(2) = -2$.

Autres exemples : L'image de -1 est : $f(-1) = 4$
L'image de 3,5 est : $f(3,5) = 2$.

Un nombre n'a qu'une seule image par une fonction.

Lire des antécédents sur une représentation graphique.



On cherche le ou les antécédents du nombre 2.

- on repère le nombre 2 sur l'axe des ordonnées et on dessine un chemin horizontal jusqu'à la courbe.
- on poursuit ensuite le chemin verticalement jusqu'à l'axe des abscisses et on lit le nombre cherché.

Ainsi le nombre 2 a pour antécédents : 0,5 ; 3,5 et 5.

Autres exemples :
Antécédent(s) de (-1) : 1,75 et 2,9
Antécédent(s) de 4,5 : aucun.

Un nombre peut avoir un ou plusieurs ou aucun antécédents.

Tracer la représentation graphique d'une fonction (courbe) :

Tableau de valeurs :

Un tableau de valeurs définit une fonction.

A chaque nombre de la 1^{ère} ligne est associé son image à la 2^{ème} ligne.

Exemple :

Nombre x	-2	-1	0	1	2	3
Image $g(x)$	-3	-2	1,5	3	5	3

Pour remplir le tableau de valeurs : on calcule l'image des nombres de la 1^{ère} ligne si on a l'expression algébrique de la fonction.

Avec la calculatrice : CASIO COLLEGE 2D

The screenshot shows a Casio calculator in TABLE mode. The function entered is $f(X) = 5X^2 - 3X + 1$. The table displays the following values:

X	F(X)
0	1
1	3
2	15

« step » signifie « pas » : ici c'est 1.

Pour passer d'un tableau à un graphique

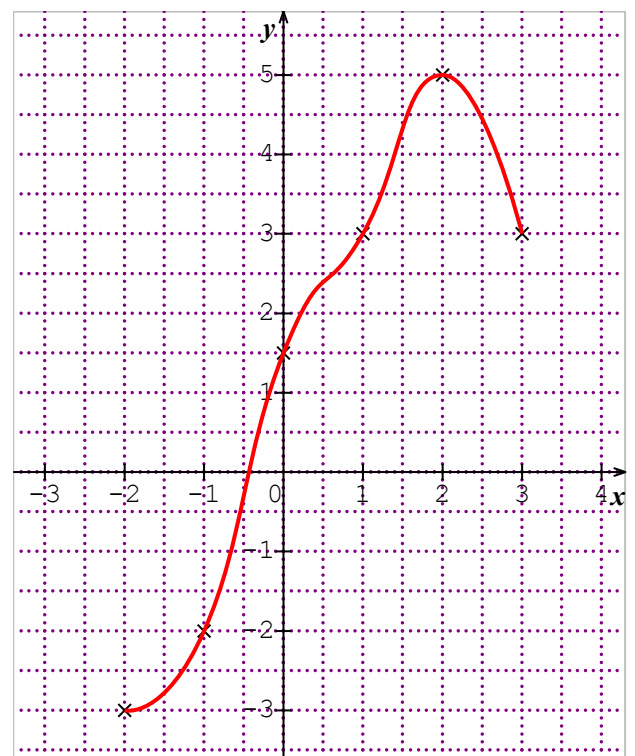
On place les points associés à chaque colonne du tableau, en plaçant en abscisses les nombres donnés et en ordonnées leurs images.

Par exemple d'après le tableau on place les points avec les coordonnées suivantes :

A(-2 ; -3) ; B(-1 ; -2) ; C(0 ; 1,5)

D(1 ; 3) ; E(2 ; 5) ; F(3 ; 3)

On relie ensuite les points en lissant la courbe à main levée (pas avec la règle !)



Exercices d'application :

• Tableaux

10 Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction g .

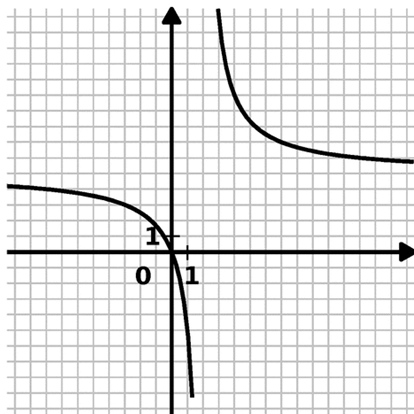
x	- 0,5	- 0,1	0	0,5	1	2	8
$g(x)$	0,5	2	1	0,5	2	8	128

Recopie et complète les égalités suivantes.

- a.** $g(- 0,1) = \dots$ **d.** $g(\dots) = 8$
b. $g(\dots) = 1$ **e.** $g(8) = \dots$
c. $g(0,5) = \dots$ **f.** $g(\dots) = 2$

• lecture graphique

21 Voici la représentation graphique de la fonction D telle que $D(x) = \frac{5x}{x-2}$.



- a.** Quel nombre n'a pas d'image par la fonction D ? Peut-on le voir sur le graphique ? Explique.
b. Lire sur le graphique :
 • l'image de 0 par la fonction D ;
 • $D(4)$, $D(7)$, $D(- 8)$;
 • la valeur de a telle que $D(a) = 3$.
c. Vérifier les réponses du **b.** par le calcul.
d. Donne une valeur approchée de :
 • l'image de 8 par la fonction D ;
 • l'image de $- 5$ par la fonction D .

• Construction de la représentation graphique

20 Soit un tableau de valeurs d'une fonction f .

x	- 2	- 1	0	1	2
$f(x)$	1	- 2	- 1,5	2	3

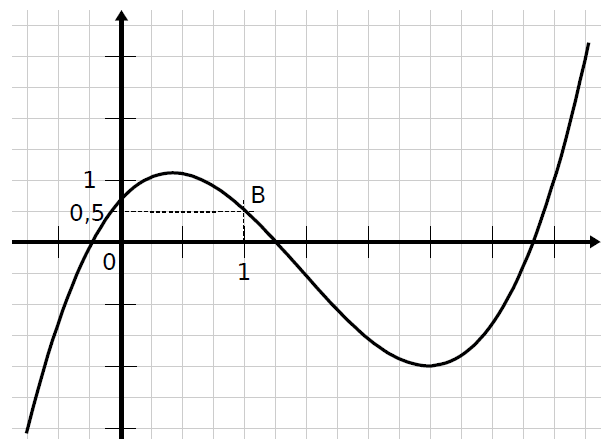
- a.** Avec ce tableau de valeurs, construis la représentation graphique de la fonction f .
b. Avec un tableur, trace une représentation graphique de la fonction f .

11 Réalise un tableau de valeurs d'une fonction f vérifiant :

- a.** $f(0) = - 1,5$ **c.** $f(1) = - 1$
b. $f(4) = - \frac{1}{6}$ **d.** $f(- 0,5) = \frac{4}{3}$
e. L'image de $- 1$ par la fonction f est $- 1$.
f. $- 2$ a pour image $- 0,5$ par la fonction f .

Le graphique ci-dessous représente la fonction h .

- a)** Lire sur le graphique les images des nombres suivants : $-0,75$; 0 ; 2 ; $3,5$.
b) Lire sur le graphique le(s) antécédent(s) des nombres suivants : -2 ; 0 ; 3 .



- Calculs d'image et d'antécédents

1°) f est la fonction définie par $f(x) = 3x^2 - 5x - 4$.

Calculer l'image de -2 puis 3 par f .

2°) g est la fonction définie par $g(x) = -5x$

Calculer le(s) antécédent(s) de -20 et 9.

29 On considère le programme de calcul :

- Choisis un nombre ;
- Ajoute 6 à ce nombre ;
- Multiplie le résultat par le nombre de départ ;
- Ajoute 9 au résultat.

a. Quel nombre obtient-on si l'on choisit 2 comme nombre de départ ? Donne le résultat sous la forme du carré d'un nombre.

b. Même question avec 5.

c. On note x le nombre choisi au départ et on appelle f la fonction qui, au nombre x , associe le résultat du programme précédent. Quelles sont les images de 2 et de 5 par la fonction f ?

d. Exprime, en fonction de x , l'image de x par la fonction f . Donne le résultat sous la forme du carré d'un nombre.

e. Recopie et complète le tableau suivant.

x	2	10	0	-15	-8	2,5
$f(x)$						

f. Donne un antécédent de 1 par f .

g. Avec un tableur, trace une représentation graphique de la fonction f .

h. En utilisant le graphique, quels nombres peut-on choisir au départ pour obtenir 81 comme résultat ?

i. Retrouve la réponse précédente par le calcul.